重 庆 大 学

学 生 实 验 报 告

实验课程名称 数学实验

开课实验室 数学实验中心 LD104

学 院 大数据与软件学院 年级 2021 级 专业班软件工程 X 班

学 生 姓 名 XXX 学 号 2021XXXX

学 生 姓 名 XXX 学 号 2021XXXX

开 课 时 间 2022 至 2023 学年第 1 学期

总 成 绩	

数 统 学 院 制

开课学院、实验室：数学与统计学院、LD104 实验时间 ： 2022 年 9 月 25 日

课程名称	数学实验	实验项目名称	微分方程数值解	实验项目类型				
				验证	演示	综合	设计	其他
指导教师	XX	成　绩				√		

题目 1

用向前欧拉公式和改进的欧拉公式求方程 $y' = y - 2x / y$，$y(0) = 1$，$0 \le x \le 1$，$h = 0.1$ 的数值解，要求编写程序，并比较两种方法的计算结果，说明了什么问题？

程序 1

Step1：求解析解；

```
%清空命令行窗口内容
clc;
%清空工作区变量
clear;
%求解析解
y=dsolve('Dy=y-2*x/y','y(0)=1','x')
```

Step2：分别使用用向前欧拉公式和改进的欧拉公式对方程求数值解，并与解析解做对比；

```
%清空命令行窗口内容
clc;
%清空工作区变量
clear;
%初始条件
a=0;
b=1;
h=0.1;
n=(b-a)/h;
x1(1)=0;
x2(1)=0;
y1(1)=1;
y2(1)=1;
%改进欧拉公式
for i=1:n
    x1(i+1)=x1(i)+h;
    k1=y1(i)-2*x1(i)/y1(i);
    k2=(y1(i)+h*k1)-2*x1(i+1)/(y1(i)+h*k1);
    y1(i+1)=y1(i)+(h/2)*(k1+k2);
end
x1
y1
%向前欧拉公式
for i=1:n
    x2(i+1)=x2(i)+h;
    y2(i+1)=y2(i)+h*(y2(i)-2*x2(i)/y2(i));
end
x2
y2
%解析解
x=[0:0.1:1];
y=(2*x+1).^(1/2);
%绘图比较
plot(x1,y1,'m');
hold on
plot(x2,y2,'black');
hold on
plot(x,y,'b--o');
hold on
legend('y1:改进欧拉公式解','y2:向前欧拉公式解','y: 解析解');
```

结果 1

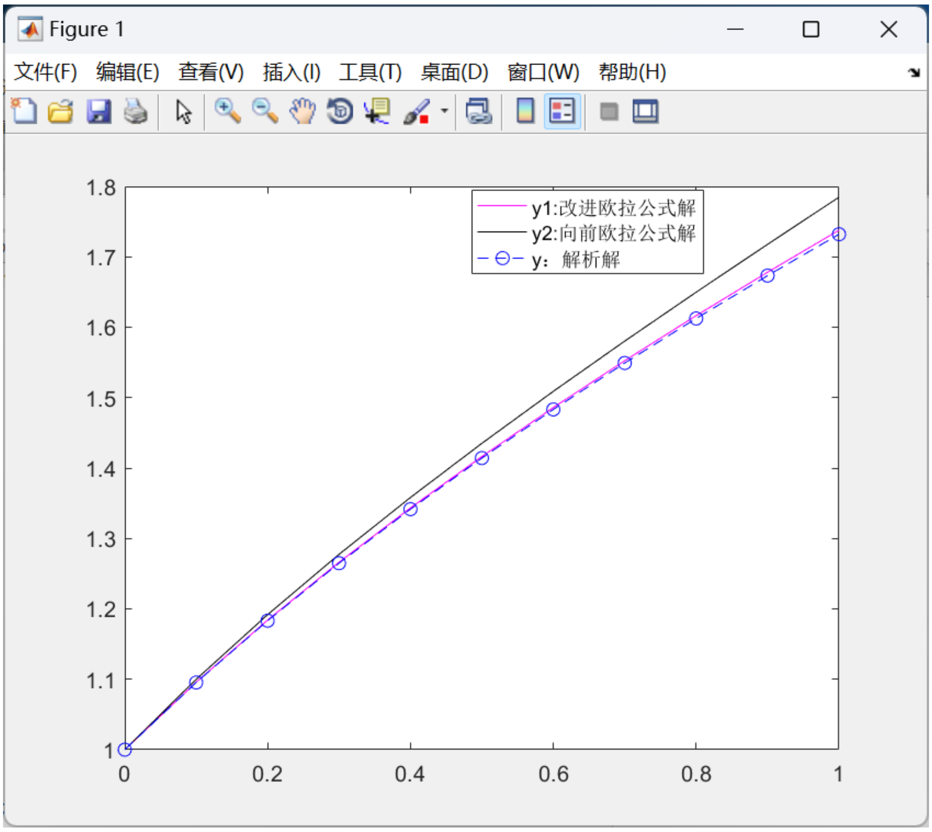
Step1：解析解；

```
y =

(2*x + 1)^(1/2)
```

Step2：向前欧拉公式/改进欧拉公式求数值解；

```
x1 =

         0    0.1000    0.2000    0.3000    0.4000    0.5000    0.6000    0.7000    0.8000    0.9000    1.0000


y1 =

    1.0000    1.0959    1.1841    1.2662    1.3434    1.4164    1.4860    1.5525    1.6165    1.6782    1.7379


x2 =

         0    0.1000    0.2000    0.3000    0.4000    0.5000    0.6000    0.7000    0.8000    0.9000    1.0000


y2 =

    1.0000    1.1000    1.1918    1.2774    1.3582    1.4351    1.5090    1.5803    1.6498    1.7178    1.7848
```

Step3：绘图对比；



Step4：得出结论：改进欧拉公式所得结果精度更高，相比较于向前欧拉公式更接近于解析解。

题目 2

$$\begin{cases} x' = -y - z \\ y' = x + ay \\ z' = b + z(x - c) \end{cases}$$

Rossler 微分方程组：

当固定参数 b=2, c=4 时，试讨论随参数 a 由小到大变化（如 $a\in(0, 0.65)$）而方程解的变化情况，并且画出相图，观察相图是否形成混沌状？

程序 2

Step1：建立函数 M 文件 Rossler.m；

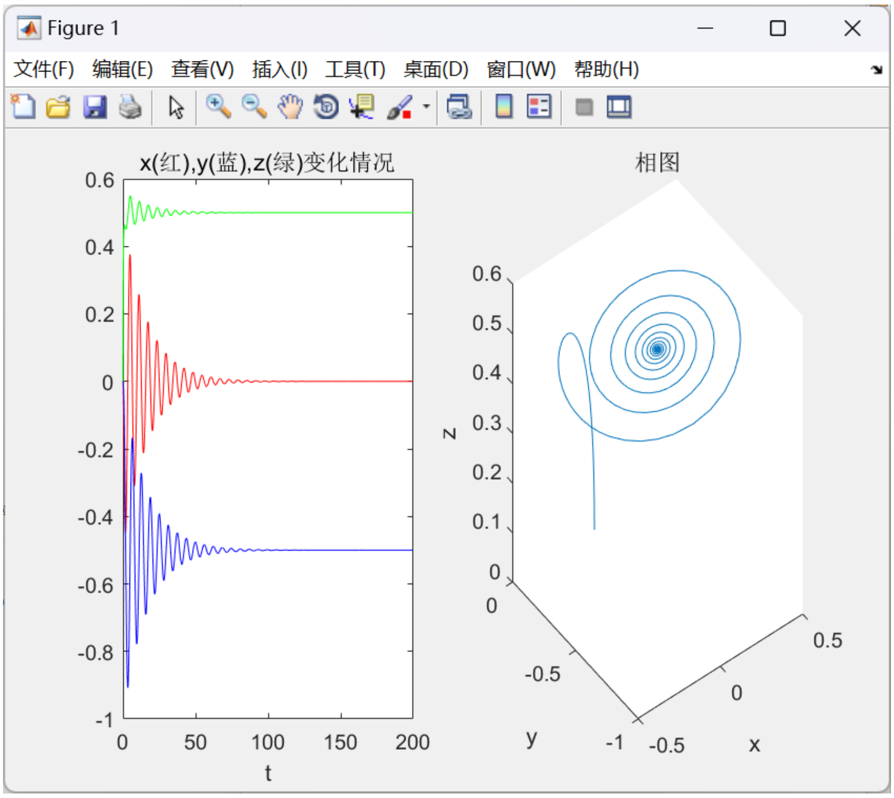
```
function R1=Rossler(t,x)
    global a;
    global b;
    global c;
    %x(1),x(2),x(3)分别指代微分方程组中的x，y，z
    R1=[-x(2)-x(3);x(1)+a*x(2);b+x(3)*(x(1)-c)];
```

Step2：建立主程序文件 main.m；

```
%清空命令行窗口内容
clc;
%清空工作区变量
clear;
%清空当前图窗
clf;
global a;
global b;
global c;
b=2;
c=4;
t0=[0,200];
x0=[0,0,0];
for a=[0:0.02:0.65]
    [t,x]=ode45('Rossler',t0,x0);
    a
    subplot(1,2,1);plot(t,x(:,1),'r',t,x(:,2),'b',t,x(:,3),'g');
    title('x(红),y(蓝),z(绿)变化情况');xlabel('t');
    subplot(1,2,2);plot3(x(:,1),x(:,2),x(:,3));
    title('相图');xlabel('x');ylabel('y');zlabel('z');
    pause
end
```

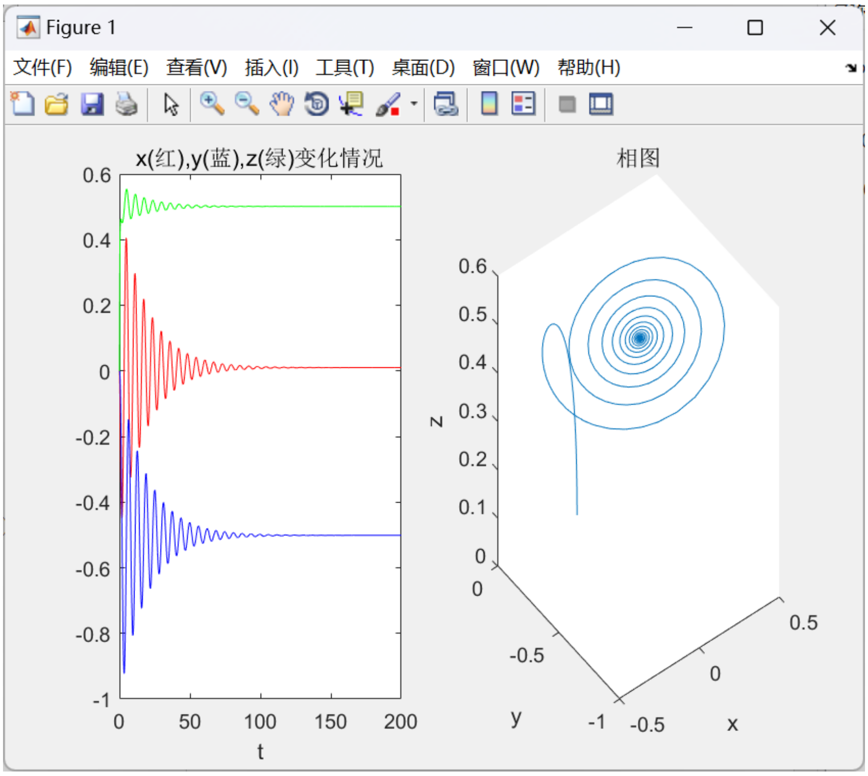
结果 2

a=0 时：



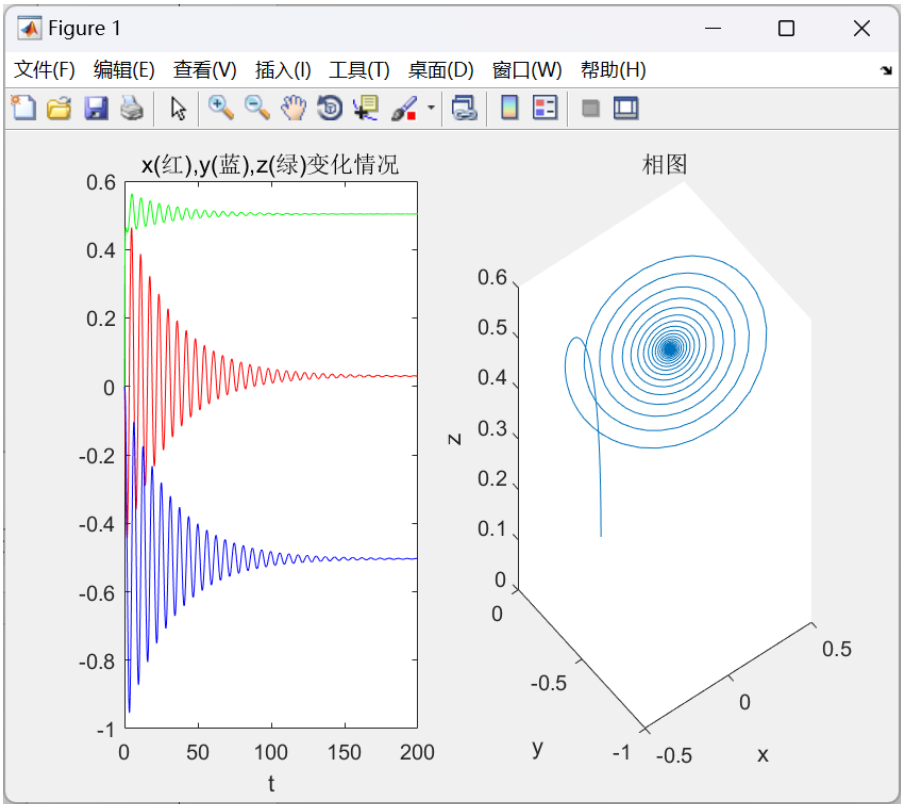
(x, y, z)收敛于(0.5, 0.5, 0.5)；

a=0.02 时：



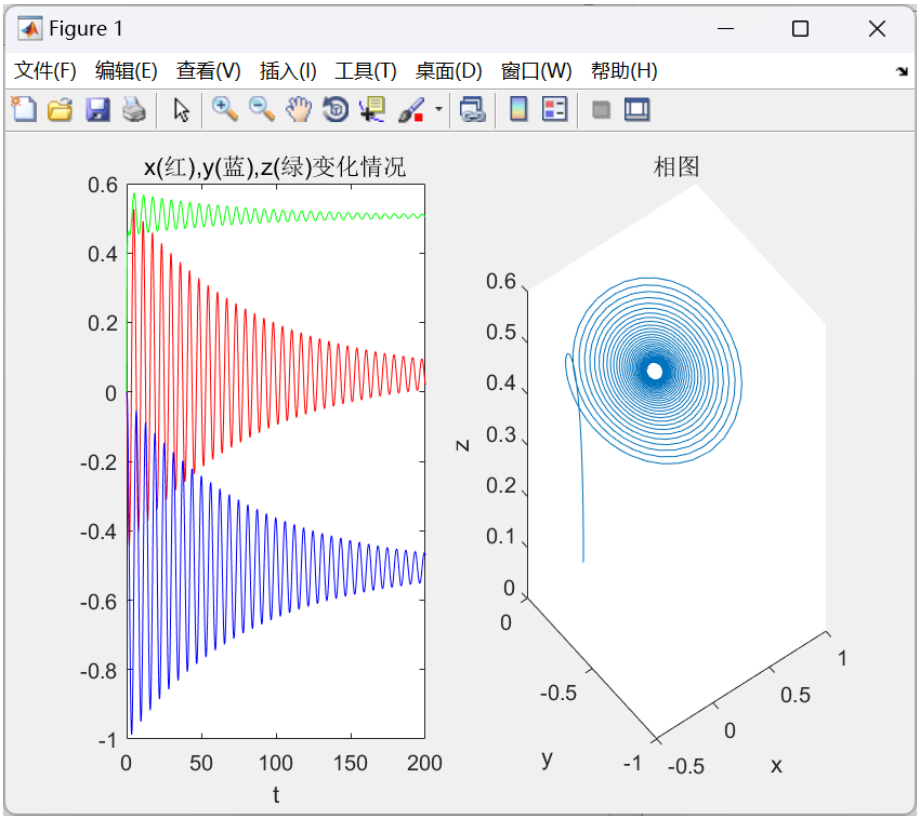
(x, y, z)仍收敛于(0.5, 0.5, 0.5)，但收敛速度有所减慢；

a=0.04 时：



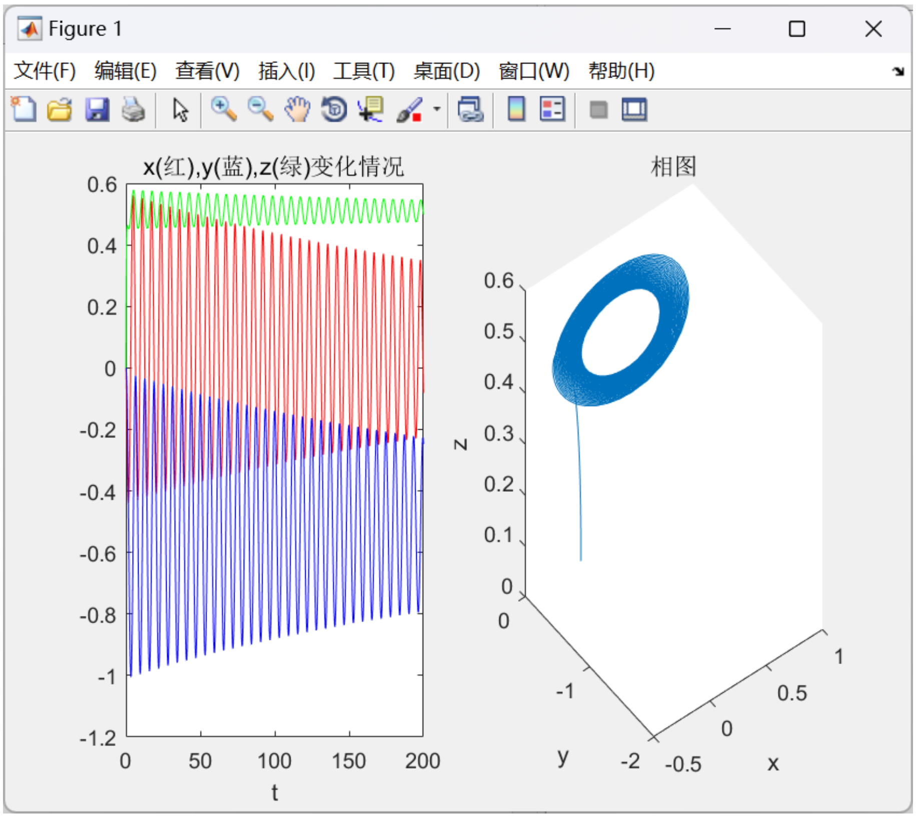
(x, y, z)仍收敛于(0.5, 0.5, 0.5)，但收敛速度有所减慢；

a=0.10 时：



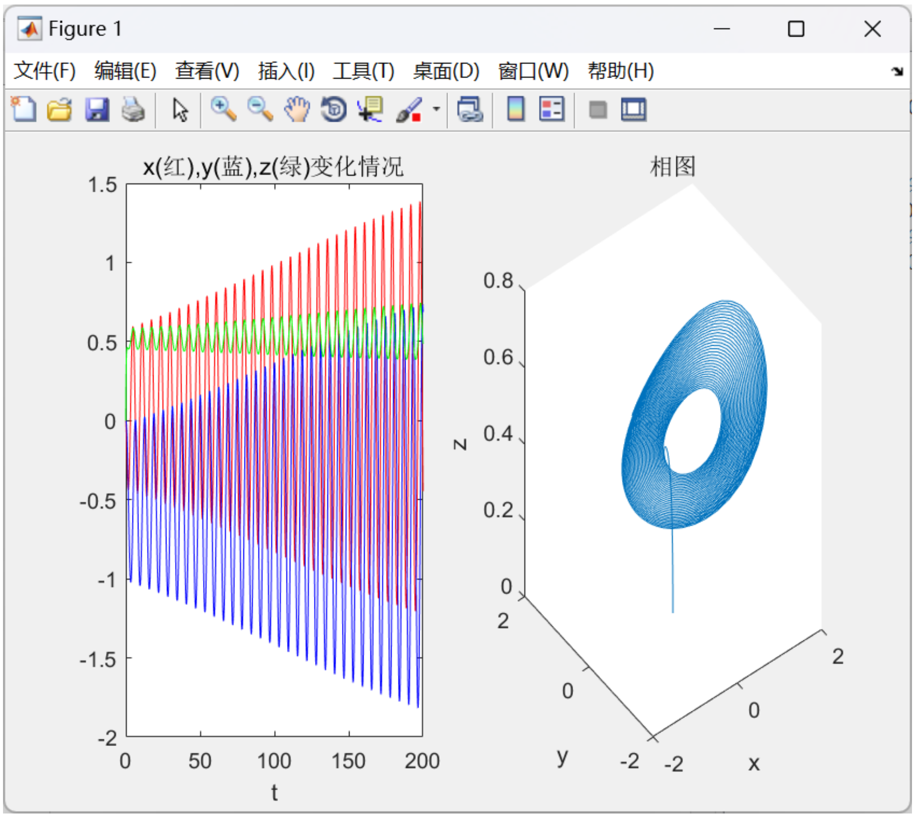
(x, y, z)有收敛的趋势，但收敛速度降低，t=200 时仍未见收敛；

a=0.12 时：



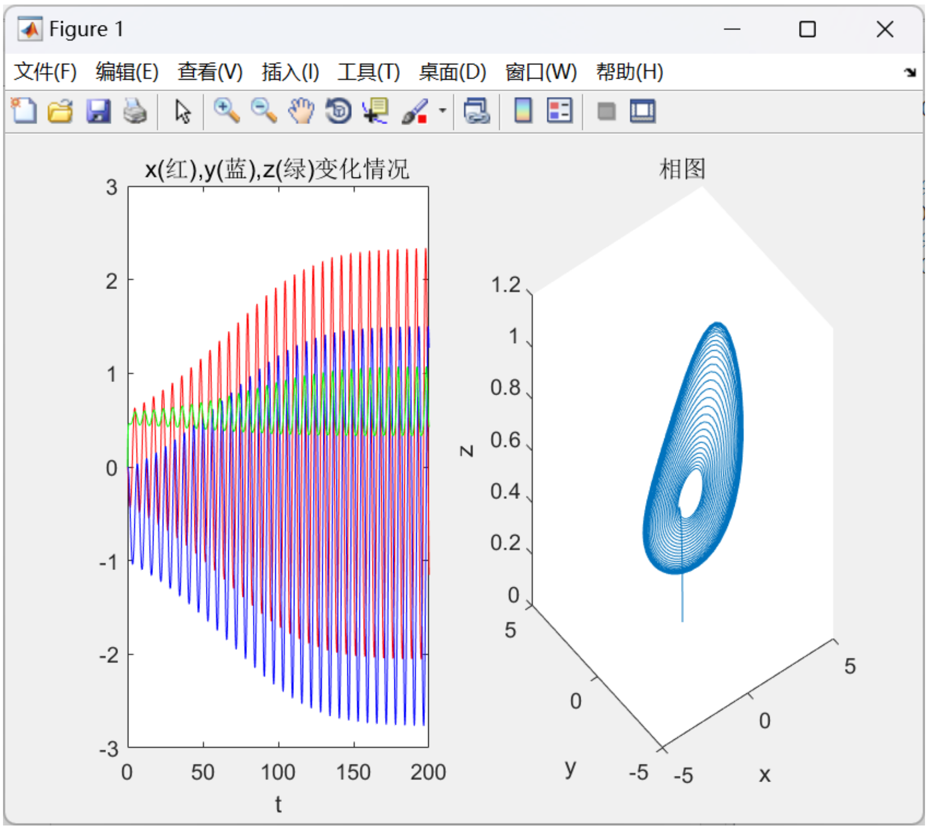
(x, y, z)仍有收敛的趋势，但是收敛速度已经大幅降低；

a=0.14 时：



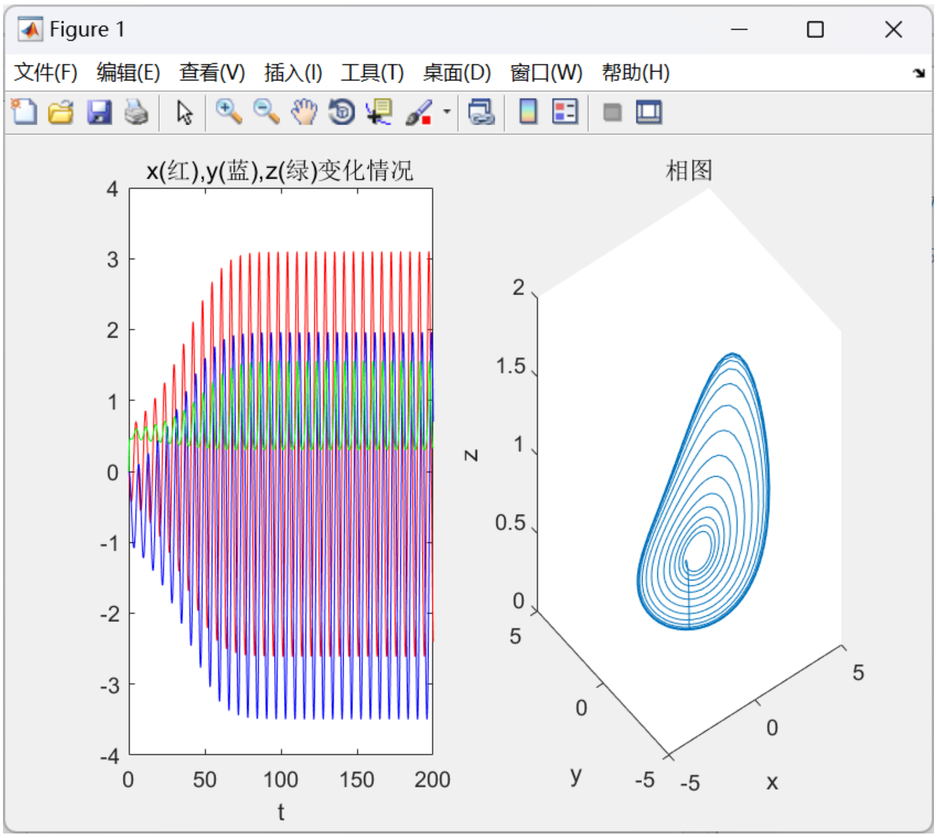
(x, y, z)开始发散；

a=0.16 时：



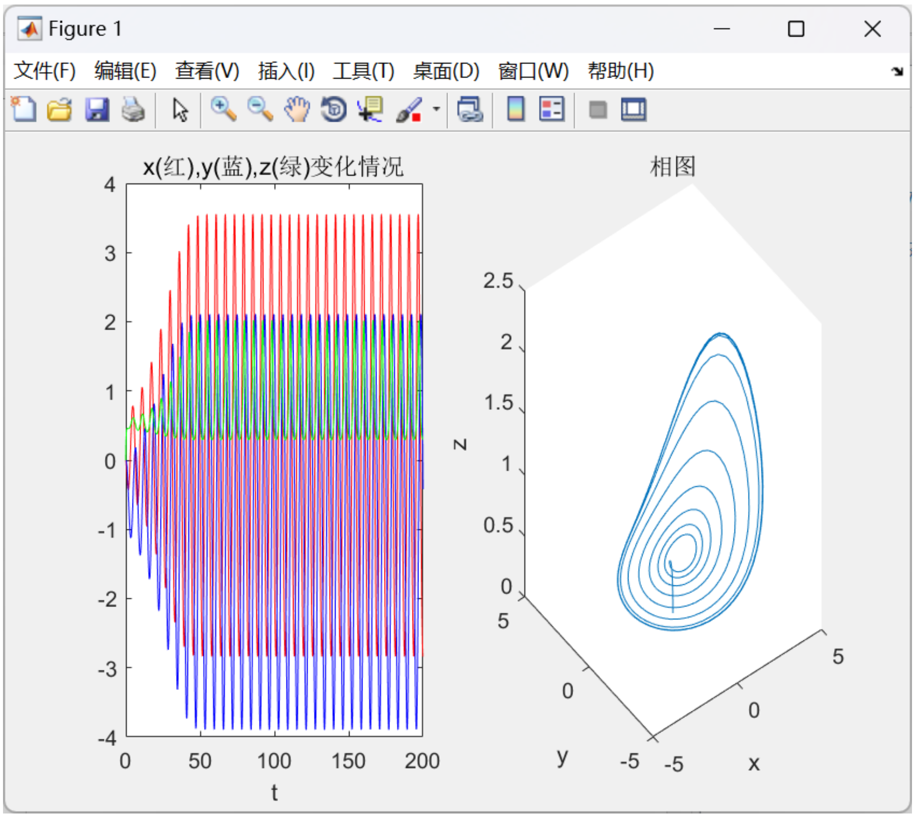
(x, y, z)已经发散，但不是发散至无穷大，而是周期性的；

a=0.20 时：



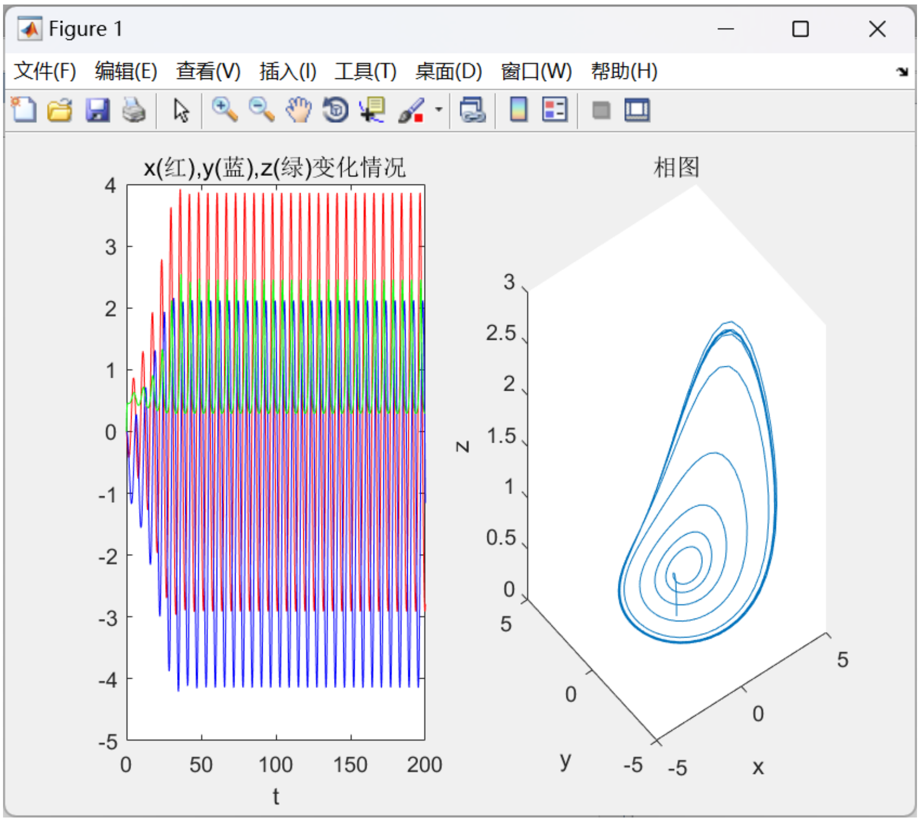
(x, y, z)仍发散，但接近其极限环的速度加快；

a=0.24 时：



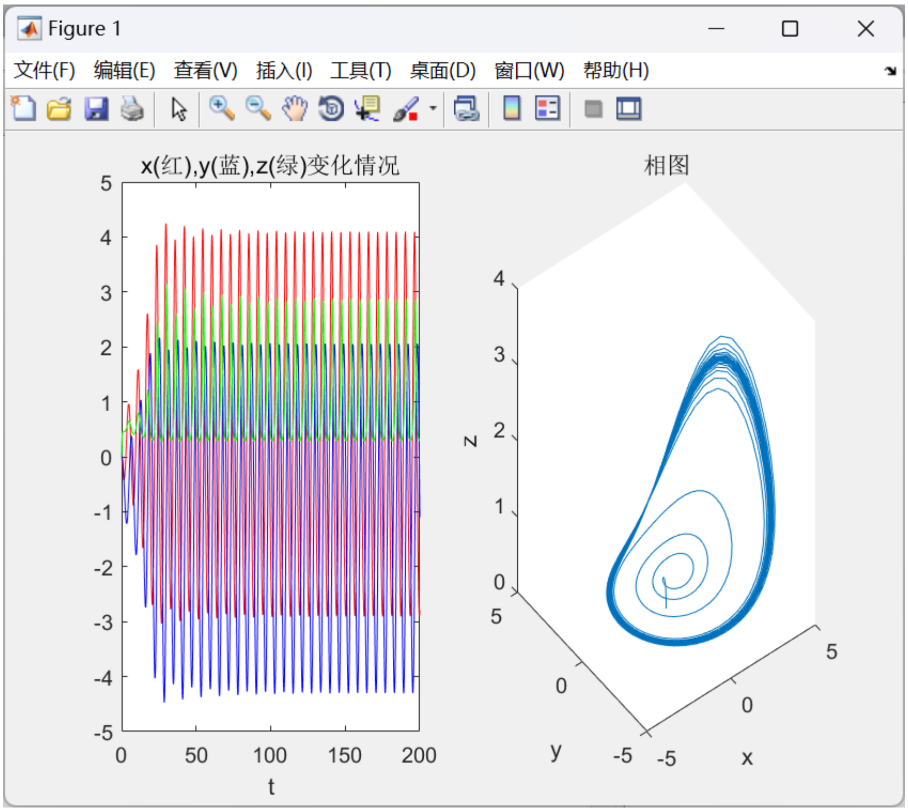
随 a 的值的增大，其接近极限环的速度加快；

a=0.28 时：



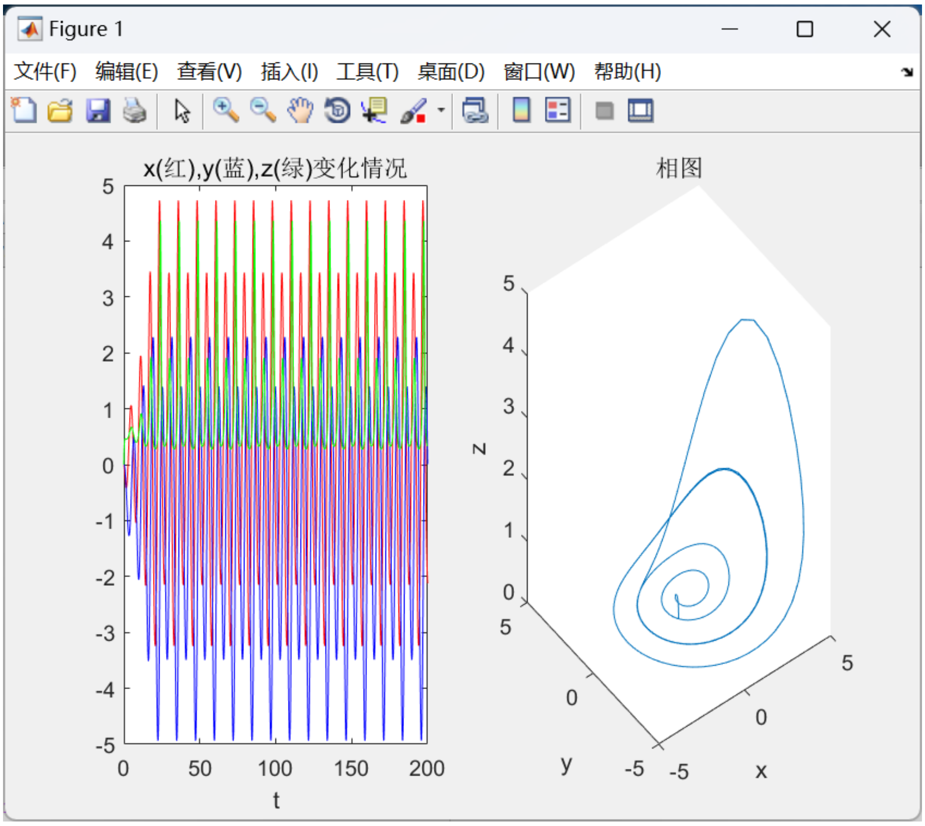
随 a 的值的增大，其接近极限环的速度加快；

a=0. 32 时：



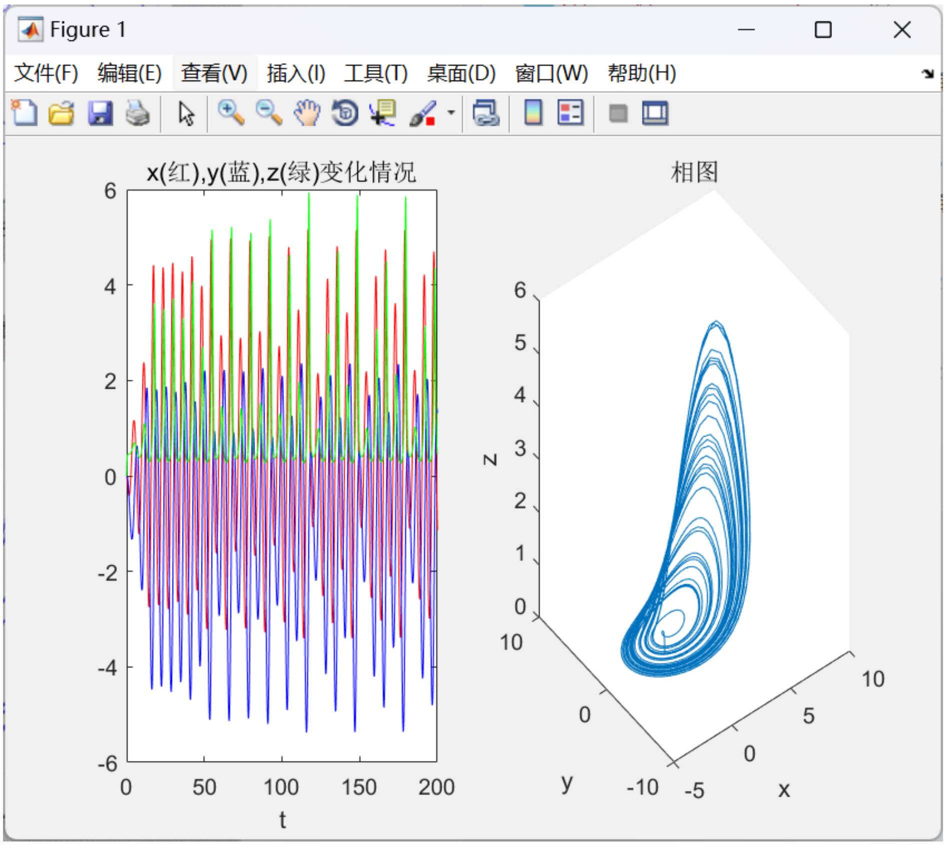
随 a 的值的增大，其接近极限环的速度加快；

a=0. 36 时：



当 a 继续增大时，单个极限环的稳定性已经失去，进入二周期极限环状态；

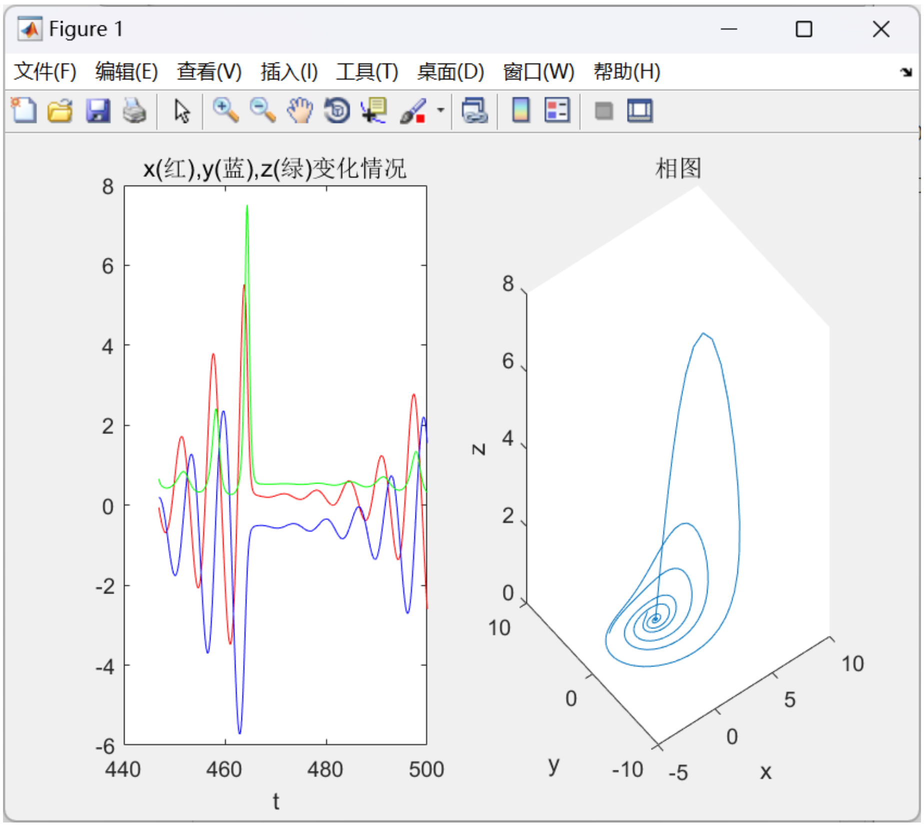
a=0.40 时：



当 a 继续增大时，二周期极限环也失去稳定性；

a 继续增大，为方便观察，增加其迭代次数，并舍去初始的部分数据；

a=0.44 时：



a=0. 48 时：

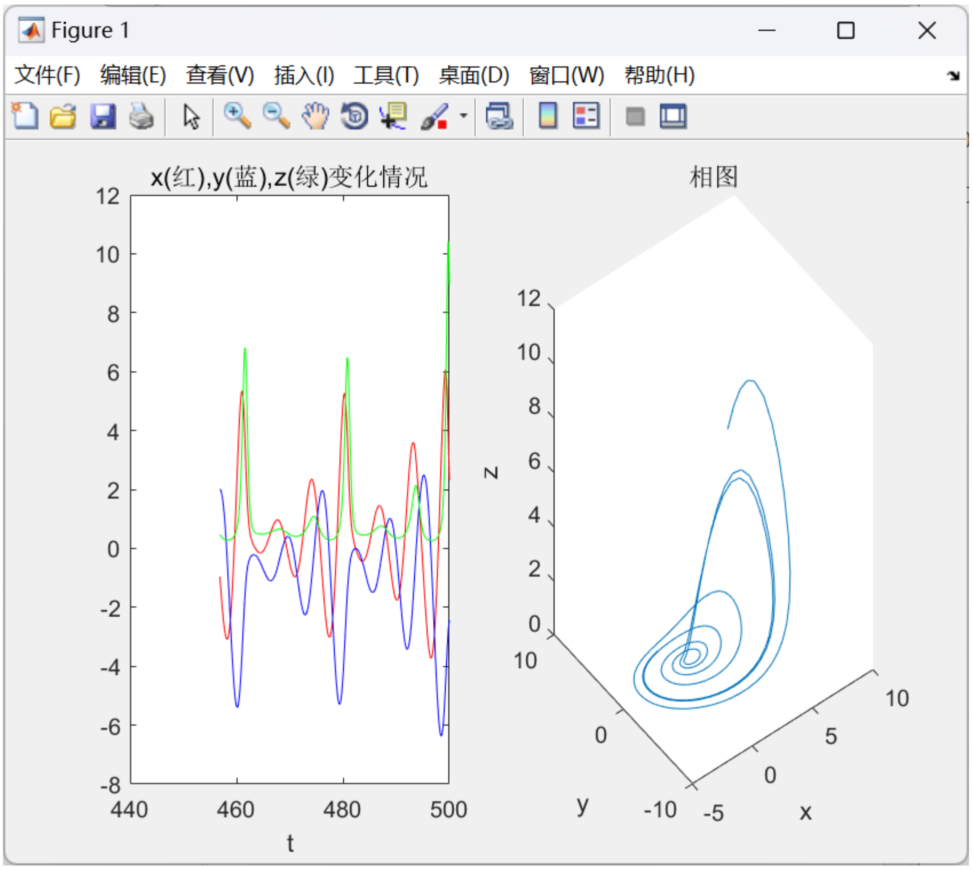


Figure 1
文件(F) 编辑(E) 查看(V) 插入(I) 工具(T) 桌面(D) 窗口(W) 帮助(H)
x(红),y(蓝),z(绿)变化情况
相图
12
10
8
6
4
2
0
-2
-4
-6
-8
440
460
480
500
t
z
y
x
-10
-5
0
5
10

a=0. 52 时：

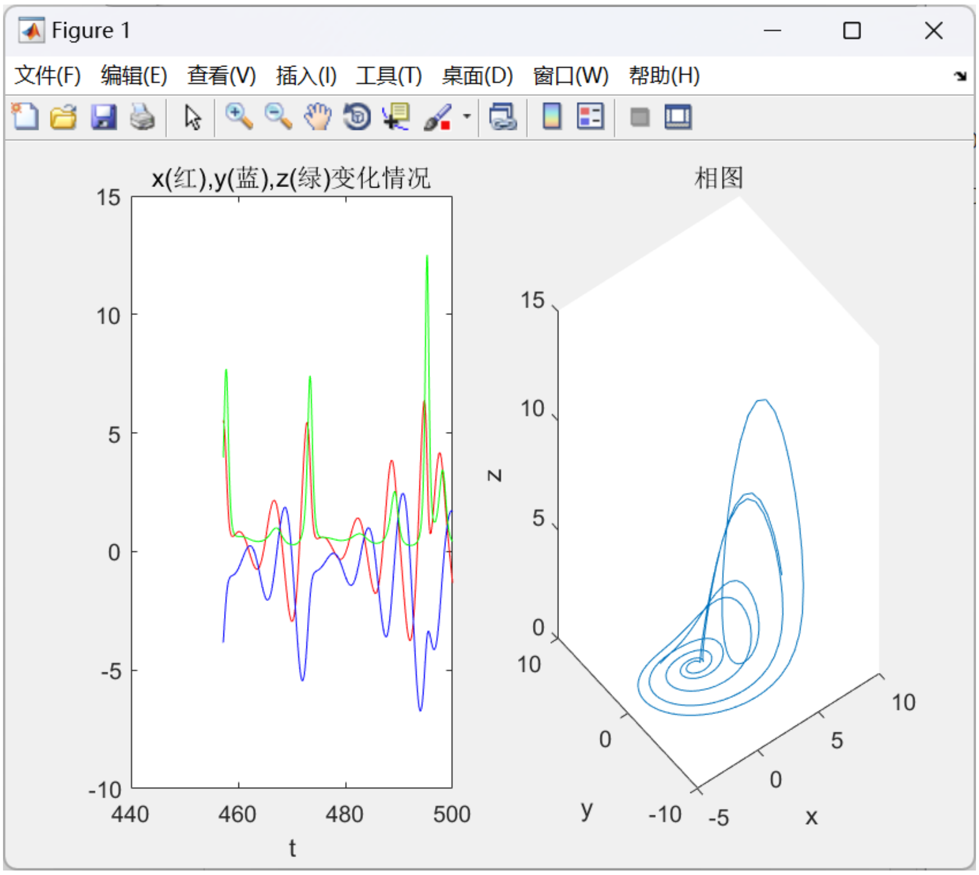
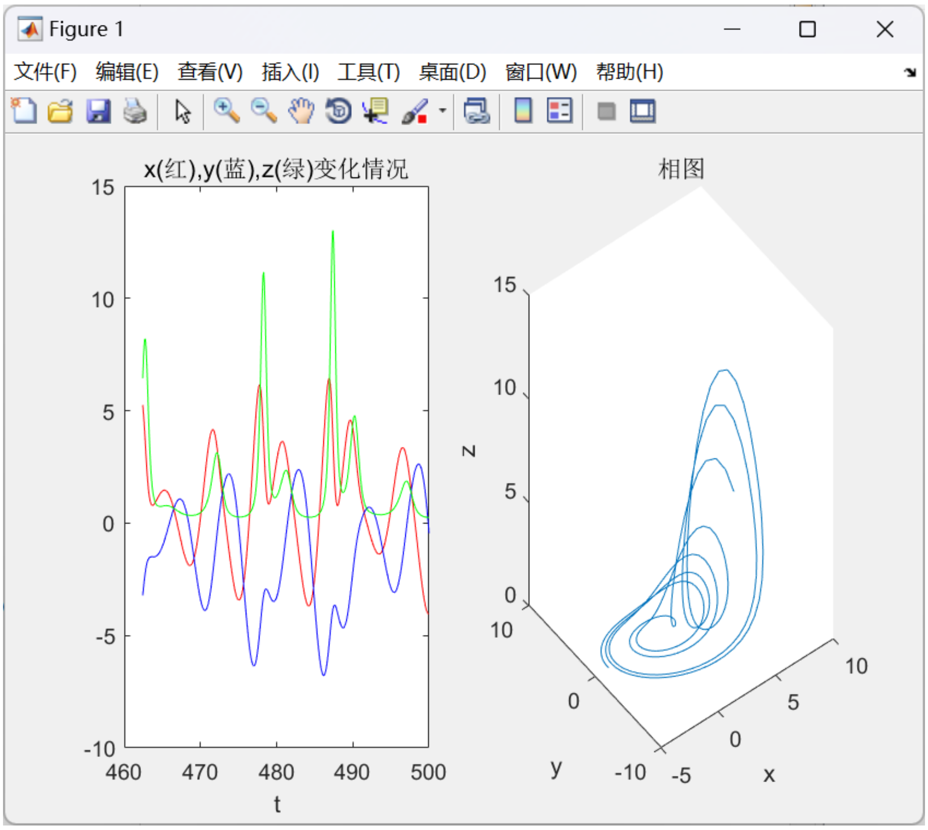
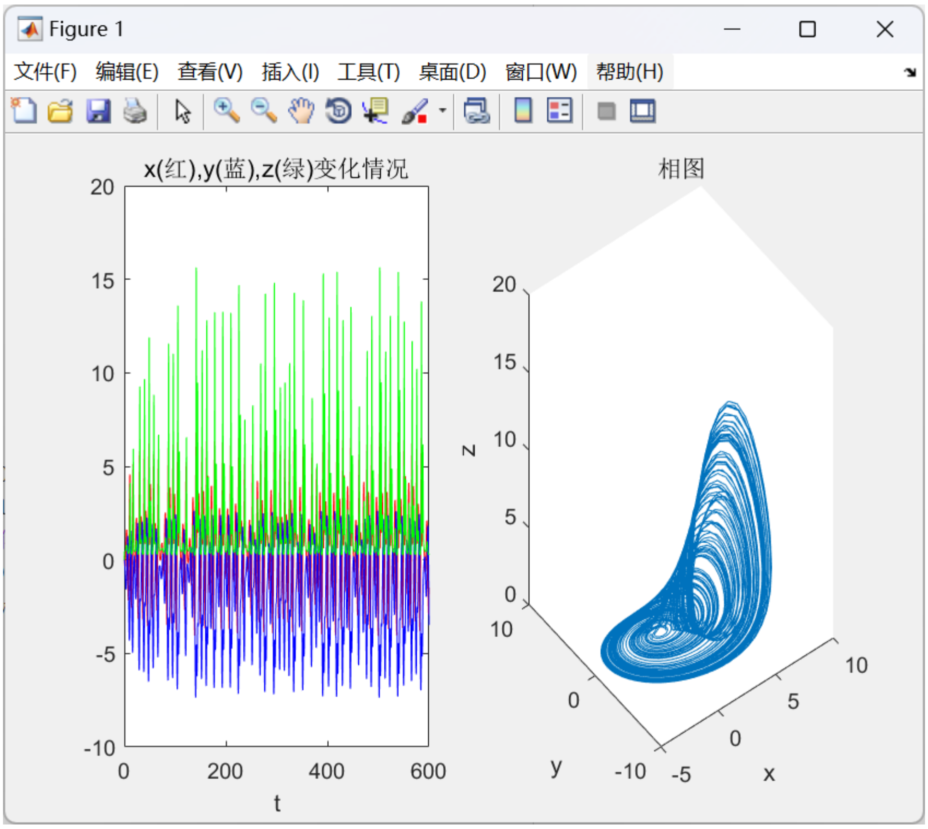


Figure 1
文件(F) 编辑(E) 查看(V) 插入(I) 工具(T) 桌面(D) 窗口(W) 帮助(H)
x(红),y(蓝),z(绿)变化情况
相图
15
10
5
0
-5
-10
440
460
480
500
t
z
y
x

a=0. 54 时：



若仅是添加迭代次数，当 a=0. 54 时：



结论：由以上多张图形可看出，当 a 足够小时，(x, y, z) 有收敛的趋势，当 a 的取值逐渐变大时，(x, y, z) 接近其极限环的速度加快，当 a 较大时，单周期极限环将失去稳定性，从而转向双周期极限环，而当 a 足够大时，任何周期的极限环都将失去稳定性，这就是形成混沌的必要条件。

分析

在本次实验中，我们进一步学习了 matlab 软件。首先我们学习了几种求微分方程数值解的方法，包括欧拉法、龙格—库塔法和图解法，欧拉法中包括向前欧拉公式，向后欧拉公式，改进欧拉公式，其中改进欧拉公式的精度更高，更贴近解析解。其次，我们学习了如何调用 matlab 里的函数来求微分方程的数值解和解析解，用到了 dsolve 和 ode45 函数。然后，我们了解了“混沌”概念的定义，接触了 lorenz 模型和 rossler 模型，并对“混沌”的重要意义有所了解。

通过本次实验的学习，我们的数学思维得到了进一步锻炼，并且通过 matlab 软件，利用计算机进行庞大的计算，能够解决更多我们人为难以解决的实际问题，受益无穷，希望在接下来的学习中能收获更多。

备注：

1、**一门课程有多个实验项目的，应每一个实验项目一份，课程结束时将该课程所有实验项目内页与封面合并成一个电子文档上交。**